Probabilités SEG (S2) — Ensemble 11&12

Cours Pr. ALKAMA — 2019-2020

Examen Blanc (Durée 1h30)

Exercice1 :

Soit X la V.A égale à la longueur exacte (en mètres) d'une barre sortant de l'usine :

1- $E(X) = \mu = 2$ et $V(X) = E(X^2)$-$(E(X))^2 = 0{,}01$ donc $\sigma = \sqrt{V(X)} = 0{,}1$

2- Soit $Y = \frac{X-2}{0{,}1}$ alors $Y \rightsquigarrow N(0{,}1)$

De plus $P(1{,}96 \leq X \leq 2{,}02) = P(-0{,}4 \leq Y \leq 0{,}2) = P(Y \leq 0{,}2) - P(Y \leq -0{,}4)$

$$= P(Y \leq 0{,}2) - \big(1 - P(Y \leq 0{,}4)\big) \approx 0{,}58 - (1 - 0{,}66) \approx 0{,}24$$

Exercice2 :

1- Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X

- Si on tire 3 pièces d'un demi dirham chacune : $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ alors X=60 (3×20)
- Si on tire deux pièces d'un demi dirham chacune et une pièce d'un dirham : $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right\}$ alors X=80

  $(2\times 20 + 40 = 80)$
- Si on tire une pièce d'un demi dirham et deux pièces d'un dirham chacune $\left\{\frac{1}{2}, 1{,}1\right\}$ alors X=100

  (20+2$\times$ $40 = 100$)
- Si on tire trois pièces d'un dirham chacune $\{1{,}1{,}1\}$ alors X=120 $(3\times 40 = 120)$

Conclusion : les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 60,80,100 et 120 c.à.d

$$X(\Omega) = \{60{,}80{,}100{,}120\}$$

2- Déterminons la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

- $P(X = 60) = \frac{Card(X=60)}{Card\ \Omega} = \frac{C_3^3}{C_9^3} = \frac{1}{84}$
- $P(X = 80) = \frac{Card(X=80)}{Card\ \Omega} = \frac{C_3^2 \times C_6^1}{C_9^3} = \frac{18}{84} = \frac{3}{14}$
- $P(X = 100) = \frac{Card(X=100)}{Card\ \Omega} = \frac{C_3^1 \times C_6^2}{C_9^3} = \frac{45}{84} = \frac{15}{28}$
- $P(X = 120) = \frac{Card(X=120)}{Card\ \Omega} = \frac{C_6^3}{C_9^3} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$

3- Calculons l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

On a $$E(X) = 60 \times \frac{1}{84} + 80 \times \frac{3}{14} + 100 \times \frac{15}{28} + 120 \times \frac{5}{21} = 100$$

Exercice 3 :

1- a- Calculons la probabilité pour que cette personne attrape la grippe et la maladie M la même année :

Soit G l'évènement : « Une personne attrape la grippe une année »

M L'évènement : « Une personne attrape la maladie M une année »

On a $P(G) = 0{,}4 \quad et\ P(M) = 0{,}2$

$G \cap M$ est l'évènement : « Une personne attrape la grippe et la maladie M la même année »

Comme les évènements G et M sont indépendants alors

$$P(G \cap M) = P(G) \times P(M)$$

$$= 0{,}4 \times 0{,}2 = 0{,}8$$

b- Calculer la probabilité d'attraper au moins l'une de ces deux maladies en un an

Soit $G \cup M$ l'évènement : « Une personne attrape la grippe ou la maladie M en une année »

Donc $$P(G \cup M) = P(G) + P(M) - P(G \cap M)$$

$$= 0{,}4 + 0{,}2 - 0{,}08 = 0{,}52$$

c- Calculons la probabilité de n'attraper aucune des deux maladies en un an :

L'évènement « n'attraper aucune des deux maladies en un an » est l'évènement contraire de l'évènement de l'évènement « attraper au moins l'une des deux maladies en un an »

Donc $$P(\overline{G \cup M}) = 1 - P(G \cup M) = 1 - 0{,}52 = 0{,}48$$

2- a- Calculons la probabilité pour qu'une personne attrape la grippe 4 année

Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre d'années ou une personne aura contracté la grippe durant une période de 10 ans

X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10 \; et \; P(G) = 0{,}4$

Donc $$P(X = 4) = C_{10}^{4}\big(P(G)\big)^{4}(1 - P(G))^{10-4}$$

$$= 210(0{,}4)^{4}(1 - 0{,}4)^{6} = \simeq 0{,}25$$

b- Calculons la probabilité pour qu'au cours de 10 années une personne ne contracte pas la grippe

on a $$P(X = 0) = C_{10}^{0}(P(G))^{0}(1 - P(G))^{10-0} = (1 - 0{,}4)^{10} \simeq 0{,}006$$

Exercice 4 :

Soit T « le club de théâtre » et C « la Chorale »

On a $Card\ \Omega = 35$ $\quad Card\ \mathrm{T} = 10$ $\quad Card\ \mathrm{C} = 12$ $\quad Card\ (\mathrm{T} \cap \mathrm{C}) = 5$

1- La probabilité pour que l'étudiant interrogé soit du club de théâtre est :

$$P(T) = \frac{Card\ T}{Card\ \Omega} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

2- La probabilité pour que l'étudiant interrogé soit du club de théâtre et de la choral est

$$P(T \cap C) = \frac{Card\ (T \cap C)}{Card\ \Omega} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

3- La probabilité pour que l'étudiant interrogé appartienne au club théâtre sachant qu'il est de la chorale est

$$P_C(T) = \frac{P(C \cap T)}{P(C)} = \frac{\frac{5}{35}}{\frac{12}{35}} = \frac{5}{12} \qquad \text{Car} \qquad P(C) = \frac{Card\ C}{Card\ \Omega} = \frac{12}{35}$$

Table de la loi Normale $\mathcal{N}(0;1)$

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	50000	50399	50798	51197	51595	51994	52392	52790	53188	53586
0,1	53983	54380	54776	55172	55567	55962	56356	56749	57142	57535
0,2	57926	58317	58706	59095	59483	59871	60257	60642	61026	61409
0,3	61791	62172	62552	62930	63307	63683	64058	64431	64803	65173
0,4	65542	65910	66276	66640	67003	67364	67724	68082	68439	68793
0,5	69146	69497	69847	70194	70540	70884	71226	71566	71904	72240
0,6	72575	72907	73237	73565	73891	74215	74537	74857	75175	75490
0,7	75804	76115	76424	76730	77035	77337	77637	77935	78230	78524
0,8	78814	79103	79389	79673	79955	80234	80511	80785	81057	81327
0,9	81594	81859	82121	82381	82639	82894	83147	83398	83646	83891
1,0	84134	84375	84614	84849	85083	85314	85543	85769	85993	86214
1,1	86433	86650	86864	87076	87286	87493	87698	87900	88100	88298
1,2	88493	88686	88877	89065	89251	89435	89617	89796	89973	90147
1,3	90320	90490	90658	90824	90988	91149	91309	91466	91621	91774
1,4	91924	92073	92220	92364	92507	92647	92785	92922	93056	93189
1,5	93319	93448	93574	93699	93822	93943	94062	94179	94295	94408